

Contrôle final de Thermodynamique (1h 30 mn)

Question de cours (5 pts)

1°) A partir de la définition de l'enthalpie : $H = U + PV$, montrer que la relation de Rober-Mayer, pour une mole de gaz parfait, s'écrit sous la forme : $C_p - C_v = R$

R : constante universelle des gaz parfait, C_p et C_v sont respectivement les capacités thermiques à pression et volume constants.

2°) Ecrire la relation de Mayer pour n moles.

3°) Sachant que $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ et en utilisant la relation de Mayer, déterminer les expressions de C_p et C_v en fonction de R , de γ et du nombre de mole n .

Exercice (15 pts)

On fait décrire à une mole d'un gaz parfait diatomique le cycle Diesel constitué des transformations réversibles suivantes :

- $1 \rightarrow 2$: compression adiabatique ;
- $2 \rightarrow 3$: chauffage isobare ;
- $3 \rightarrow 4$: détente adiabatique ;
- $4 \rightarrow 1$: refroidissement isochore.

On donne : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$; les rapports volumétriques des transformations adiabatiques :

$$a = \frac{V_1}{V_2} = 9 \quad \text{et} \quad b = \frac{V_4}{V_3} = 3 ; R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1} ; P_1 = 10^5 \text{ Pa} ; T_1 = 300 \text{ K}.$$

1°) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V). Justifier que le cycle est moteur.

2°) Calculer le volume V_1 du gaz à l'état 1.

3°) Déterminer les expressions de P_2 , P_3 et P_4 en fonction de a , b , γ et P_1 . Calculer leurs valeurs

4°) Déterminer les expressions de V_2 , V_3 et V_4 en fonction de a , b , γ et V_1 . Calculer leurs valeurs

5°) Déterminer et calculer les quantités de chaleur échangées au cours des différentes transformations.

6°) Déterminer et calculer les travaux mis en jeu le long du cycle. Déduire la variation de l'énergie interne sur tout le cycle.

7°) Déterminer les expressions de la variation d'entropie pour chaque transformation. Calculer leurs valeurs et vérifier que la variation d'entropie sur tout le cycle est nulle.

8°) Le cycle Diesel reçoit une quantité de chaleur Q_c durant la transformation $2 \rightarrow 3$ et rejette une quantité de chaleur Q_a durant la transformation $4 \rightarrow 1$. Etablir l'expression du rendement thermique du moteur en fonction de Q_c et Q_a . Calculer sa valeur.

9°) Montrer que l'expression du rendement thermique s'écrit en fonction de a , b et γ sous la forme :

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{b^{-\gamma} - a^{-\gamma}}{b^{-1} - a^{-1}}$$

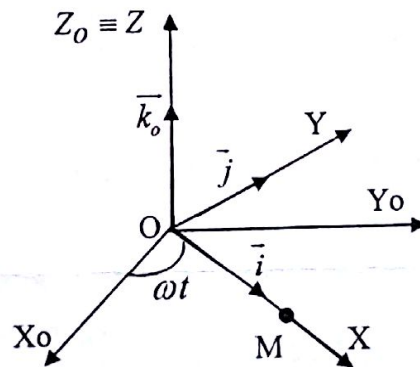
Contrôle de Mécanique 1

Exercice 1 (9 points)

Dans un référentiel orthonormé direct galiléen $R_o(O, X_o Y_o Z_o)$, un axe rigide OX horizontal, tourne autour de l'axe vertical OZ_o avec une vitesse angulaire constante $\bar{\omega} = \omega \bar{k}_o$.

On désigne par $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}_o)$ la base orthonormée directe associée au repère mobile $R(O, XYZ_o)$.

Un point matériel M , de masse m , se déplace sans frottement sur l'axe OX .



Le point matériel M est soumis à une force $\bar{f} = -\lambda(x-a)\bar{i}$, en plus des autres forces appliquées à M . (λ et a sont des constantes positives).

- 1) Dans la base mobile $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}_o)$,
 - a) exprimer toutes les forces exercées sur M dans le référentiel mobile R .
 - b) écrire l'expression vectorielle de la relation fondamentale de la dynamique appliquée à M dans R .
 - c) donner les équations des projections orthogonales de cette relation fondamentale suivant les 3 axes de R .
- 2) En posant $(\frac{\lambda}{m} - \omega^2) = \Omega^2$, trouver l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M sur l'axe OX .

La solution de l'équation différentielle $\frac{d^2x}{dt^2} + \Omega^2 x = 0$ est de la forme $A \cos(\Omega t + \varphi)$.

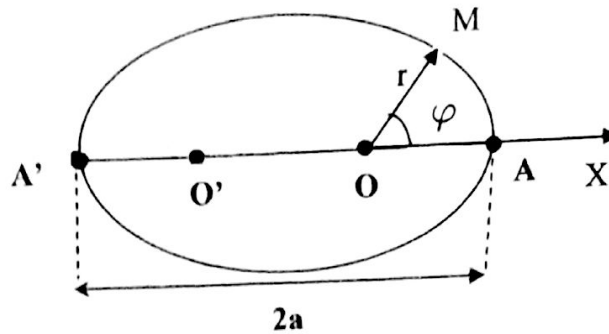
A et φ sont des constantes à déterminer à partir des conditions initiales.

À l'instant initial $t = 0$, on a : $x = a$ et $\frac{dx}{dt} = 0$.

- 3) Déterminer les composantes R_y et R_z de la réaction \bar{R} exercée par l'axe OX sur le point matériel M .

Exercice 2 (11 points)

Dans le plan XOY du référentiel galiléen $R(O, XYZ)$ orthonormé direct, lié au centre de la terre de masse M_T , un satellite M de masse m décrit autour de la terre une ellipse de grand axe $2a$.



On suppose que le satellite n'est soumis qu'à la seule force d'attraction terrestre: $\vec{F} = \frac{-k}{r^2} \vec{e}_r = \frac{-GM_T m}{r^2} \vec{e}_r$.

G est la constante universelle de gravitation ; $r = |\vec{OM}|$ et $\vec{e}_r = \text{vecteur unitaire de } \vec{OM}$

- 1) En appliquant le théorème du moment cinétique, montrer que le moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ de M par rapport à O est un vecteur constant.

- 2) Trouver l'expression de l'équation différentielle en u de mouvement du satellite M.

On donne la deuxième formule de Binet : $\vec{\gamma}(M/R) = -C^2 u^2 \left[\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u \right] \vec{e}_r$; $u = \frac{1}{r}$.

(C est la constante des aires).

- 3) On admet que l'équation de la trajectoire elliptique du satellite est donnée par : $r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}$

$$p = \frac{mC^2}{k} \text{ et } e = \frac{mC^2 B}{k} \quad (B \text{ est une constante d'intégration}).$$

- a) Trouver l'expression de la distance minimale r_p du satellite par rapport à O.
 - b) Trouver l'expression de la distance maximale r_a du satellite par rapport à O.
 - c) En déduire l'expression du grand axe $2a$ de l'ellipse en fonction de p et e .
- 4) Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_p du satellite en fonction de k, p, e et φ .
(On prendra $E_p(\infty) = 0$).
 - 5) Exprimer en fonction de k, p et e le travail $W_{A \rightarrow A'}$ effectué par \vec{F} lorsque le satellite M se déplace de A à A'. En déduire le travail W de \vec{F} lorsque le satellite se déplace le long du contour fermé de l'ellipse.
 - 6) Trouver l'expression de l'énergie cinétique E_c du satellite en fonction de k, p, e et φ .

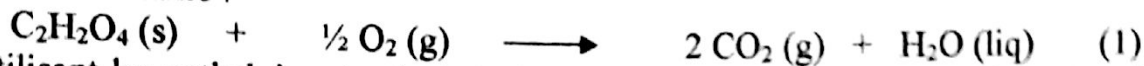
$$\text{On donne : } V^2 = C^2 \left[u^2 + \left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 \right]$$

- 7) Trouver l'expression de l'énergie mécanique E_m du satellite en fonction de k et a .
- 8) En déduire l'expression de V^2 en fonction de G, M_T, r et a .

FILIERE SMCP
Module Chimie Général II (Semestre 2)
Contrôle-Session normale (1H30)

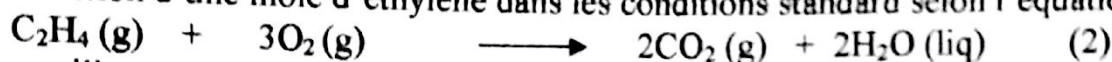
EXERCICE I (10 points)

On considère la réaction de combustion de l'acide oxalique solide $C_2H_2O_4(s)$ à $25^\circ C$ et à pression constante :



1. En utilisant les enthalpies standard de formation regroupées dans le tableau 1, calculez la chaleur de combustion de l'acide oxalique solide $C_2H_2O_4(s)$ dans les conditions standard.

2. La combustion d'une mole d'éthylène dans les conditions standard selon l'équation :



fournit au milieu extérieur 1387,8 KJ. En utilisant les enthalpies molaires standard de formation et les énergies de liaisons regroupées dans les tableaux 1 et 2 ainsi que l'enthalpie de sublimation du carbone : $\Delta h^\circ_{sub}(C,s) = 715,6 \text{ KJ.mol}^{-1}$.

a) Calculer l'enthalpie molaire standard de formation de $C_2H_4(g)$.

b) Donner l'expression de ΔH°_T à toute température $> 100^\circ C$ et calculer ΔH°_T à $127^\circ C$ sachant que $\Delta h^\circ_{vap}(H_2O, liq) = 40,5 \text{ kJ.mol}^{-1}$.

c) Calculer l'énergie de la liaison $C = C$ dans la molécule de $C_2H_4(g)$.

TABEAU 1

COMPOSES	$H_2O(l)$	$H_2O(g)$	$CO_2(g)$	$O_2(g)$	$C_2H_2O_4(s)$
$\Delta h^\circ_{298} (\text{kJ.mol}^{-1})$	-284,2	-	-392,4	0	-1822,2
$C_p (\text{J.mol}^{-1}.K)$	75,2	33,6	37,2	29,3	36,0

TABEAU 2

	H-H	C-H
$\Delta h^\circ_{298} (\text{liaison}) \text{ kJ.mol}^{-1}$	-434,7	-413,8

EXERCICE II (10 points)

On étudie la réaction de dissociation de l'ammoniac gazeux NH_3 dans des conditions données de pression et de température. Pour cela, on introduit à la température T , deux moles de gaz ammoniacal dans un récipient préalablement vide d'air. Il s'établit une réaction de dissociation endothermique selon l'équilibre:



1. Calculer la variance du système.

2. En appliquant les lois de déplacement des équilibres, montrer, en justifiant votre réponse, dans quel sens se déplace cet équilibre lorsqu'on fait varier les paramètres suivants:

a) si la pression totale augmente

b) si la température augmente.

3. Exprimer la constante d'équilibre K_p en fonction du coefficient de dissociation α et de la pression totale du mélange gazeux P .

4. En appliquant la loi de Van't Hoff et connaissant les valeurs de $(K_p)_1$ à 298 K et $(K_p)_2$ à 500 K, calculer la variation d'enthalpie de la réaction de dissociation de NH_3 gazeux (en supposant que cette variation d'enthalpie est constante entre ces deux températures)

On donne: $(K_p)_1 = 3,20 \cdot 10^{-4}$; $(K_p)_2 = 4,067 \cdot 10^3$; $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$.

FILIERE SMC-SMP
Module Chimie Générale I
Examen d'Atomistique
Durée 1H30mn

- I- 1- Donner la définition d'un hydrogénoïde.
2- Dans la formule de Ritz, la constante relative à l'hydrogène R_H est égale à $1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$, calculer celle relative à l'ion Li^{2+} .
3- Donner l'expression de l'énergie de niveau de rang n de l'ion Li^{2+} en fonction de $E_1(\text{H})$.
4- L'ion Li^{2+} absorbe, à l'état fondamental, une quantité d'énergie de 108,9 eV, à quel niveau se trouve son électron ?
5- Si l'électron de l'ion Li^{2+} , initialement au niveau $n=5$, émet une radiation de longueur d'onde λ égale à 1425 Å, préciser à quel niveau va se trouver cet électron après émission de cette radiation ?

Données : $\text{Li} (Z=3)$ $E_1(\text{H}) = -13,6 \text{ eV}$

- II- 1- Donner la configuration électronique à l'état fondamental de l'iode selon la règle de Klechkowsky et selon l'aspect spatial. $Z(\text{I})=53$
2- Déterminer la période, le groupe et la famille auxquels appartient cet élément ?
3- Donner la configuration électronique ainsi que le numéro atomique de deux éléments X_1 et X_2 appartenant à la même famille que celle de l'iode et à la 2^{ème} et 4^{ème} période respectivement.
4- Comparer les électronégativités des éléments I, X_1 et X_2 .
5- Définir l'énergie d'ionisation d'un atome.
6- Calculer la charge nucléaire effective de l'un des électrons $3s3p$ de l'atome du chlore de numéro atomique $Z(\text{Cl})=17$ et celle de $3s3p$ de l'ion chlore (Cl^-) ainsi que la charge nucléaire effective de l'électron $4s$ du potassium $Z(\text{K})=19$.
7- Calculer la valeur de la première énergie d'ionisation du chlore et celle du potassium.
8- Expliquer la différence entre les valeurs des deux énergies d'ionisation.
9- En utilisant la règle de Sanderson, expliquer lequel de ces éléments Cl ou K est un métal.

Rappel des Règles de Slater

Les valeurs des différentes constantes d'écran d'un électron du groupe j sur un électron du groupe i sont :

Quand $i=j$ $\sigma_{ji} = 0,35$ (sauf si $i=j=1s$, $\sigma_{ji} = 0,3$)

Quand $i > j$ $\sigma_{ji} = 1$ (sauf si i est sur s ou sur p et $\Delta n=1$, alors $\sigma_{ji} = 0,85$)

Quand $i < j$ $\sigma_{ji} = 0$

On considère les groupes de Slater suivants :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1s	2s 2p	3s 3p	3d	4s 4p	4d	4f	5s 5p	5d	5f	6s 6p

n	1	2	3	4	5
n*	1	2	3	3,7	4



EVALUATION DE FIN DE SEMESTRE
Premier Semestre (S1) Automne 2013
Algèbre 1 (Durée: 1h30)

Exercice 1 (10 pts).

- (1) On considère le polynôme $P \in \mathbb{R}[X]$ défini par :

$$P(X) = X^4 + X^3 + 2X^2 + X + 1$$

- (a) Vérifier que $P(i) = 0$ et en déduire que $X^2 + 1$ divise P .
(b) Factoriser le polynôme P en produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

- (2) On considère le polynôme $Q \in \mathbb{R}[X]$ défini par :

$$Q(X) = X^5 - X^4 + 5X^3 - 5X^2 + 4X - 4$$

- (a) Calculer $\text{pgcd}(P, Q)$.
(b) Donner les racines communes des polynômes P et Q dans \mathbb{C} .
(c) Vérifier que 1 est une racine de Q .
(d) Factoriser le polynôme Q en produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

- (3) Décomposer en éléments simples sur \mathbb{C} et \mathbb{R} la fraction rationnelle $F = \frac{P}{Q}$.

Exercice 2 (6 pts). On considère les vecteurs de \mathbb{R}^4 suivants :

$$u_1 = (1, 0, 4, 2) ; \quad u_2 = (1, 2, 3, 1) ; \quad u_3 = (1, -2, 5, 3)$$

Soit F le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 engendré par u_1, u_2 et u_3 ($F = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$).

Soit G la partie de \mathbb{R}^4 définie par :

$$G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x + y - z + t = 0\}$$

- (1) Vérifier que G est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 .
(2) Donner une base de F et une base de G . En déduire leurs dimensions.
(3) Donner une base et la dimension de $F \cap G$.

Exercice 3 (4 pts). Résoudre par la méthode de Gauss le système suivant:

$$(S) : \begin{cases} x - 3y + z = -1 \\ 2x - y - 2z + t = 7 \\ -5x + 2y + z + t = -6 \\ -x + 2y + 3z - t = -8 \end{cases}$$

Contrôle final
Janvier 2014
Durée 1H 30mn

Exercice 1 (6 pts) Soit (u_n) la suite réelle définie par récurrence en posant

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{2 + 3u_n}{3 + 2u_n} \text{ pour } n \in \mathbb{N}^*.$$

1. Montrer que $0 \leq u_n \leq 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. On pourra utiliser la fonction $f(x) = \frac{2+3x}{3+2x}$
2. Montrer que (u_n) est croissante.
3. Dédurre que (u_n) converge et calculer sa limite.

Exercice 2 (6 pts) On considère la fonction numérique définie par

$$f(x) = \frac{2 + 3x^3 \sin(\frac{1}{x})}{3 + 2x},$$

1. On pose $g(x) = xf(\frac{1}{x})$, donner le développement limité de g en zéro à l'ordre 3
2. Calculer le développement limité de f à l'ordre 2, en $+\infty$.
3. En déduire l'équation de l'asymptote à la courbe de f , et déterminer sa position par rapport à la courbe de f en $+\infty$.

Exercice 3 (6 pts) On définit sur \mathbb{R} la fonction numérique $f(x) = x^3 + e^x$.

1. Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} . Déterminer $f([0, +\infty[)$
2. Calculer $f^{-1}(1)$ puis donner l'équation de la tangente à la courbe de f^{-1} en $x = 1$.
3. En utilisant le théorème des accroissements finis sur $[-a, a]$, montrer qu'il existe $c \in]-a, a[$ tel que

$$3c^2 + e^c = \frac{sha}{a} + a^2.$$

Exercice 4 (2 pts) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$|e^x - 1 - x| \leq \frac{x^2}{2} e^{|x|}.$$